~~Контрольні завдання до § 1~~

~~1. Довести, що множина~~ $\cancel{\{2,4,6,\ldots\}}$ ~~є зліченною.~~

~~2. Довести, що множина~~ $\cancel{\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}}$ ~~є зліченною.~~

~~3. Довести, що множина всіх раціональних чисел є зліченною.~~

~~4. Довести, що якщо транзитивне замикання відношення "<" є асиметричним, то відношення "<" є строгим частковим впорядкуванням.~~

~~5. Довести за теоремою 2.1.2, що дійснозначна функція~~ $\cancel{u}$ ~~на зліченній множині~~ $\cancel{X}$~~, яка задовольняє умові~~ $\cancel{x < y \Leftrightarrow u(x) < u(y)}$; $\cancel{x \approx y \Leftrightarrow u(x) = u(y),\ \forall x, y \in X}$~~, існує тоді й лише тоді, коли відношення "<" є асиметричним.~~

~~6. Нехай~~ $\cancel{a}$ ~~і~~ $\cancel{b}$ ~~– числа, причому~~ $\cancel{a < b}$~~. Довести, що існує раціональне число з інтервалу~~ $\cancel{(a,b)}$ ~~(використати той факт, що існує таке додатне число~~ $\cancel{n}$~~, що~~ $\cancel{1 < n(b-a)}$~~; покласти, що~~ $\cancel{m}$ ~~дорівнює найменшому цілому числу не меншому за~~ $\cancel{a}$ ~~та показати, що~~ $\cancel{m/n \in (a,b)}$~~).~~

~~7. Дати приклад функції корисності на множині~~ $\cancel{X = \{(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (2,\ 1)\}}$.

§ 2. Теорія очікуваної корисності

Коли кожна альтернатива відповідає ймовірнісній мірі на підмножині множини наслідків, у теорії корисності розглядається модель очікуваної корисності, яка дає спосіб обчислення корисностей альтернатив або зв'язаних із ними ймовірносних мір. Ідею такої моделі вперше запропонував ще Бернуллі, однак лише в минулому сторіччі були сформульовані дійсно прийнятні аксіоми переваги, що були покладені в її основу. Основні аксіоми цієї теорії були уведені фон Нейманом і Моргенштерном.

Спочатку розглянемо ілюстративний приклад.

Приклад 1. Припустимо, що власник невеликої будівельної фірми планує призначити підрядну ціну за роботу, що за його оцінкою обійдеться компанії у 200 тисяч умовних одиниць. Якщо він призначить ціну x і одержить замовлення, то йому і заплатять x і його прибуток буде дорівнювати $x-200$. Оскільки будівельна індустрія знаходиться в нестабільному стані, власник думає, що можуть бути призначені кілька різних цін. Виходячи зі свого попереднього досвіду та знання даної ситуації, він оцінює ймовірність $p(x)$ одержання замовлення у випадку, коли призначить ціну *x*. Нехай вид $p(x)$ для $190 < x < 300$ зображено на рисунку (рис. 2.2.1).

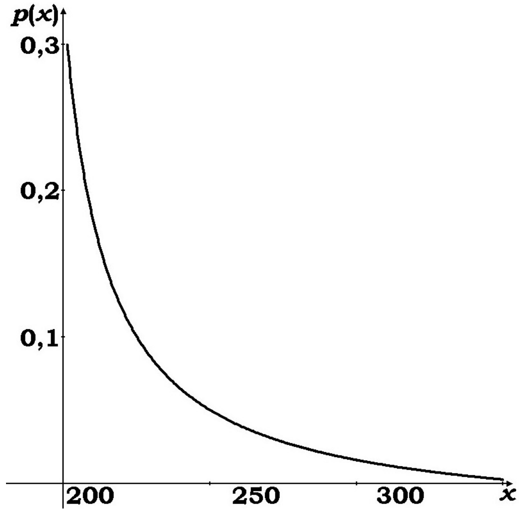

Рис. 2.2.1

Через недолік попиту власник фірми мріяв би одержати таке замовлення, щоб його збиток не перевершував 10. Іншими словами, нехай для нього факт (одержати замовлення і збиток 10 чи більше) еквівалентний факту (не одержати замовлення). Нехай власник оцінює свою функцію корисності від чистого доходу (у припущенні, що він одержав замовлення) так, як це зображене на рисунку (рис. 2.2). Цей рисунок показує, що йому байдужа різниця між достовірним одержанням 10 і лотереєю, що має два рівноймовірні наслідки: –10 і 100. Для нього байдужа також різниця між достовірним одержанням 50 і лотереєю, що дає 100 з імовірністю 0,8 і (–10) з імовірністю 0,2. Відповідно до моделі очікуваної корисності, останнє відношення байдужості перетвориться у рівність $u(50) = 0,8u(100) + 0,2u(-10)$. Подібні рівняння можуть бути використані як основа побудови та перевірки функції *u*. Якщо власник призначить ціну в *x*, то його очікувана корисність буде дорівнювати $p(x)u$ (одержати замовлення і з ним чистий дохід $(x-200)$) $+(1-p(x))u$ (не одержати замовлення).

Із рис. 2.2.2 бачимо, що оскільки: (одержати замовлення й збиток 10) ~ (не одержати замовлення), то *u* (не одержати замовлення) = 0 і, таким чином, u (призначити ціну x) $= p(x)u$ (одержати замовлення і з ним чистий прибуток $(x-200)$).

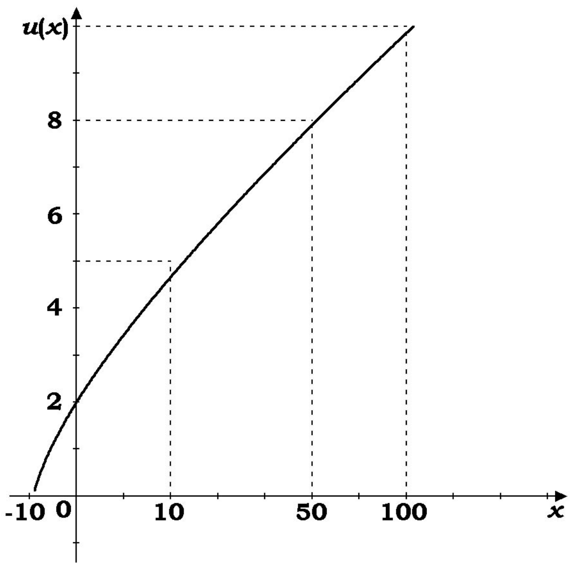

Рис. 2.2.2

Беручи наближені значення для $p(x)$ і $u(x-200)$ із рисунків, одержимо криву очікуваної корисності, що зображена на рисунку (рис. 2.2.3). Він показує, що очікувана корисність досягає свого максимуму приблизно при $x = 206$. Тому рекомендується призначити ціну, близьку до 206.

Очікувана корисність для простих імовірносних мір. *Простою ймовірнісною мірою* на Y називається дійснозначна функція P, яка визначена на множині всіх підмножин Y таких, що:

$$P(A) \geq 0, \quad \forall A \subseteq Y;$$

$$P(Y) = 1;$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B),$$

якщо $A, B \subseteq Y$, $A \cap B = \varnothing$; $P(A) = 1$ для скінченної множини A.

Варто відмітити, що власне лише остання властивість характеризує ймовірнісну міру як просту. Іншими словами, якщо альтернатива, що вибирається, приводить до наслідку з деякої скінченої множини наслідків, то цій альтернативі відповідає проста ймовірнісна міра на множині наслідків *Y*.

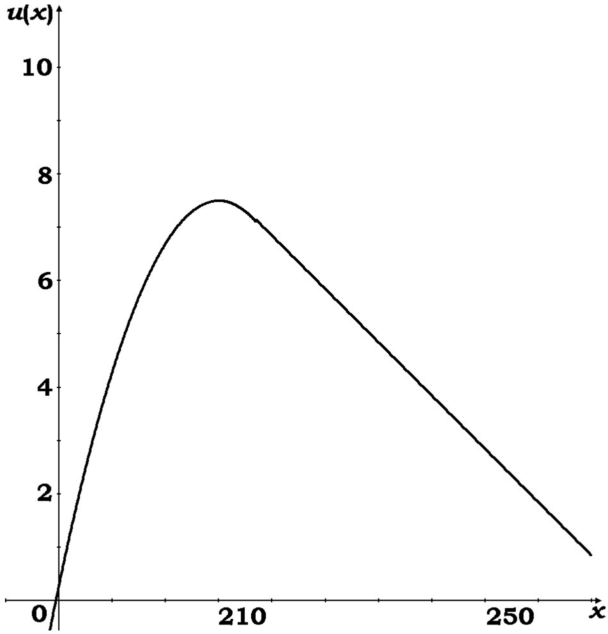

Рис. 2.2.3

Розглянемо на множині простих імовірнісних мір, яку позначимо через P_S, три аксіоми теорії очікуваної корисності щодо відношення строгої переваги.

Аксіома А1. (слабке впорядкування). Відношення строгої переваги "<" повинно бути слабким впорядкуванням на P_S.

Відмітимо, що ця аксіома може критикуватися через те, що з неї випливає транзитивність відношення байдужості. Наприклад, нехай наслідками будуть суми грошей, розглянуті як потенційний приріст багатства деякої особи.

Нехай деякі три простих імовірнісних міри $P, Q, R \in \mathrm{P}_S$ визначені так: $P(35)=1, Q(36)=1, R(0)=R(100)=0,5$.

Тут безсумнівно $P<Q$. Однак здається цілком можливим, що $P \sim R$ і $Q \sim R$, а в цьому випадку відношення "~" не є транзитивним.

Аксіома А2. (незалежність).

$$(P<Q, \quad 0<\alpha<1) \Rightarrow \alpha P+(1-\alpha)R<\alpha Q+(1-\alpha)R, \quad \forall P,Q,R \in \mathrm{P}_S .$$

Ця аксіома розглядається багатьма як сама сутність теорії очікуваної корисності, без якої зникає та частина теорії, що пов'язана, власне, із "очікуванням". Крім того, ця умова разом із транзитивністю відношення "<" часто розглядається як основний нормативний критерій цієї теорії.

Опуклу комбінацію $\alpha P+(1-\alpha)R$ можна інтерпретувати двома способами: або як лотерею, що дає $x \in X$ із імовірністю $\alpha P(x)+(1-\alpha)R(x)$, або як двокроковий процес, у якому на першому кроці вибирається P (чи R) з імовірністю α (чи $(1-\alpha)$) , а на другому кроці альтернатива x вибирається за допомогою того з імовірнісних розподілів P чи R, що був обраним на першому кроці.

Ці дві інтерпретації тотожні з погляду ймовірностей, але не є психологічно рівноцінними (наприклад, двокроковий процес може виявитися більш привабливим).

Як нормативний критерій умова

$$(P<Q, \quad 0<\alpha<1) \Rightarrow \alpha P+(1-\alpha)R<\alpha Q+(1-\alpha)R$$

базується на двокроковій інтерпретації. Якщо Q є для вас кращим, ніж P, то з погляду цієї інтерпретації вбачається розумним, що опукла комбінація $\alpha Q+(1-\alpha)R$ буде для вас більш переважною, ніж $\alpha P+(1-\alpha)R$.

Аксіома незалежності виконує різні допоміжні функції як керівний принцип для винесення погоджених суджень про переваги. Вона може, по-перше, допомогти з'ясувати переваги між більш складними альтернативами на основі переваг, що стосуються більш простих альтернатив.

Припустимо, що спочатку індивідуум не має явної переваги між R і S, де:

$$R(50)=0,1, R(80)=0,45, R(100)=0,45,$$

$$S(50)=0,02, S(80)=0,45, S(100)=0,53,$$

але для нього альтернатива Q переважаюча ніж P, де

$$Q(0)=0,2, Q(100)=0,8, P(50)=1.$$

Нехай $T(80)=T(100)=0,5$. У силу того факту, що $S=0,1Q+0,9T$ і $R=0,1P+0,9T$, перевага до Q порівняно з P може переконати його в тому, що для нього краще S, ніж R, навіть якщо він вважав би, що S і R "дуже близькі одна до одної".

По-друге, аксіома незалежності може бути також корисною при з'ясуванні неузгодженості між судженнями про переваги. Розглянемо такий приклад.

Яка альтернатива з P і Q привабливіша?

Нехай $Q(500000)=1$, $P(2500000)=0{,}10$, $P(500000)=0{,}89$, $P(0)=0{,}01$. Разом із тим, яка альтернатива з R і S привабливіша? Тут $R(500000)=0{,}11$, $R(0)=0{,}89$, $S(2500000)=0{,}10$, $S(0)=0{,}90$.

Не буде незвичним визнати, що $P<Q$ і $R<S$. Тепер, поклавши $T(2500000)=10/11$, $T(0)=1/11$ і $V(0)=1$, одержимо:

$$Q=0{,}11Q+0{,}89Q,$$
$$P=0{,}11T+0{,}89Q,$$
$$R=0{,}11Q+0{,}89V,$$
$$S=0{,}11T+0{,}89V.$$

Оскільки з аксіоми незалежності, за наявності інших умов, випливає зворотна їй умова ($P<Q \Rightarrow T<Q$ і $R<S \Rightarrow Q<T$), тому маємо деяку "непогодженість". З одного боку, цей результат говорить заперечує вагомість аксіоми незалежності. Л. Севідж [4], навпаки, вважає, що багато людей будуть стривожені цим явним протиріччям і, приймаючи "розумність" аксіоми, захочуть переглянути свою початкову думку з метою одержати внаслідок перегляду інші судження про переваги, уже погоджені з цією аксіомою.

Аксіома Архімеда (А3). Для деяких $\alpha,\beta\in[0,1]$,

$$(P<Q,\quad Q<\mathrm{R}) \Rightarrow \alpha P+(1-\alpha)R<Q \text{ і } Q<\beta P+(1-\beta)R.$$

Ця аксіома стверджує, що якщо $P<Q<R$, то існує така нетривіальна *суміш* (лінійна комбінація) P і R, яка гірша за Q, та існує також така нетривіальна суміш P *і* R, яка краща за Q. Зокрема, ця аксіома виключає можливість випадків, коли $P<Q<\mathrm{R}$, але

$$\alpha P+(1-\alpha)R \mathrel{\overline{<}} Q,\ \forall\alpha\in(0,1), \text{ або } Q \mathrel{\overline{<}} \alpha P+(1-\alpha)R,\ \forall\alpha\in(0,1).$$

Припустимо – щойно викарбувана монета буде підкидатися n разів і, на вашу думку, для довільного додатного α існує таке $n(\alpha)$, для якого α перебільшує ймовірність того, що в кожному із $n(\alpha)$ кидань випадає герб. Розглянемо вибір між такими альтернативами A і B:

A. Одержати одну монету незалежно від результатів цих n кидань.

B. Бути покараним, якщо при кожному киданні випадає герб, і одержати дві монети у протилежному випадку.

Якщо покарання гірше однієї монети, а одна монета, звичайно, гірша, ніж дві монети, і ви віддаєте перевагу альтернативі A, то яким би великим ні було число n, ви порушуєте аксіому Архімеда. Якщо монета підкидається 100 разів, то при виборі альтернативи B існує лише одна з більш ніж 10^{30} можливих послідовностей, при випаданні якої ви будете покарані. Через такі числа багато людей могли б вказати досить велике значення *n*, при якому вони б вибирали *B*. Часто заявляють, що схильність, яку люди виявляють стосовно невеликого ризику, наприклад, при переході вулиці або керуванні автомобілем, представляється досить переконливим свідченням на користь цієї умови.

Визначимо поняття множини сумішей.

Множина Р називається *множиною сумішей*, якщо задано відображення, що будь-якій парі $(P,Q) \in \mathrm{P} \times \mathrm{P}$ і будь-якому $\alpha \in [0,1]$ ставить у відповідність такий елемент $\alpha P + (1-\alpha)Q \in \mathrm{P}$, що для усіх $P,Q \in \mathrm{P}$, $\forall \alpha \in (0,1)$ виконуються умови:

$$1P + 0Q = \mathrm{P};$$
$$\alpha P + (1-\alpha)Q = (1-\alpha)Q + \alpha P;$$
$$\alpha[\beta P + (1-\beta)Q] + (1-\alpha)Q = \alpha\beta P + (1-\alpha\beta)Q.$$

Відмітимо, що множина простих імовірнісних мір P_s з операцією $\alpha P + (1-\alpha)Q$ є множиною сумішей.

Сформулюємо основну теорему теорії очікуваної корисності [12].

Теорема 2.2.1. (про очікувану корисність міри для слабких упорядкувань). Нехай *P* – множина сумішей, тоді для виконання аксіом *A*1, *A*2, *A*3 необхідно і достатньо, щоб на *P* існувала дійснозначна функція *u*, яка задовольняє умовам:

$$P < Q \Leftrightarrow u(P) < u(Q), \quad \forall P,Q \in P;$$
$$u(\alpha P + (1-\alpha)Q) = \alpha u(P) + (1-\alpha)u(Q), \quad \forall P,Q \in P, \ \forall \alpha \in (0,1).$$

Крім того, якщо функція *u* на *P* задовольняє цим умовам, то дійснозначна функція *v* на *P* також задовольняє цим умовам при підстановці *v* замість *u* тоді і тільки тоді, коли існують такі числа $a > 0$ і *b*, що $v(P) = au(P) + b, \ \forall P \in P$.

Таким чином, розглянуті вище аксіоми слабкого впорядкування, незалежності та архімедовості дозволяють поставити у відповідність кожній мірі на *Y* таку корисність, яка може бути розрахована як очікувана корисність наслідків відносно цієї міри.

Наступна теорема [12] узагальнює очікувану корисність простих імовірнісних мір на випадок строгих часткових впорядкувань.

Теорема 2.2.2. (про очікувану корисність міри для строгих часткових впорядкувань). Припустимо, що *Y* є скінченною множиною і для бінарного відношення "<" скрізь на множині простих імовірнісних мір P_S виконуються такі умови:

- ✓ Відношення "<" є транзитивним.
- ✓ Якщо $0 < \alpha < 1$, то $P < Q \Leftrightarrow \alpha P + (1-\alpha)R < \alpha Q + (1-\alpha)R$.
- ✓ Якщо $\alpha P + (1-\alpha)R < \alpha Q + (1-\alpha)S$, $\forall \alpha$, $0 < \alpha \le 1$, то є невірним, що $S < R$.

Тоді на Y існує дійснозначна функція u, яка задовольняє умові:

$$P < Q \Leftrightarrow \sum_{x\in X} u(x)P(x) < \sum_{x\in X} u(x)Q(x), \quad \forall P,Q \in P_s.$$

Порівняємо останні дві умови цієї теореми з аксіомами незалежності й архімедовості.

Пряма імплікація ($\Rightarrow$) в умові 2 теореми 2.2 є аксіомою незалежності. Зворотна імплікація ($\Leftarrow$) в умові 2 обґрунтовується так. Припустимо, що при $0 < \alpha < 1$ опукла комбінація $\alpha Q + (1-\alpha)R$ дійсно переважає $\alpha P + (1-\alpha)R$. Тоді є розумним, щоб ця перевага залежала від погляду на відношення між P і Q. Справді, оскільки наявність доданку $(1-\alpha)R$ призводить до послаблення різниці між цими двома сумішами, усунення $(1-\alpha)R$ зробило б різницю між P і Q ще виразнішою, ніж розходження між $\alpha P + (1-\alpha)R$ і $\alpha Q + (1-\alpha)R$. Тому здається обґрунтованим віддавати перевагу альтернативі Q. За наявності частини ($\Rightarrow$) умови 2, частина ($\Leftarrow$) може бути записана у вигляді:

$$[\alpha \in (0,1), \ \ \alpha P + (1-\alpha)R < \alpha Q + (1-\alpha)R] \Rightarrow P \neg \sim Q.$$

Умова 3 теореми 2.2.2 є послабленням аксіоми Архімеда, але вона потрібна, наприклад, у випадку, коли для $\forall\alpha \in (0,1)$:

$$\alpha \sum_{x\in X} u(x)P(x) + (1-\alpha)\sum_{x\in X} u(x)R(x) < \alpha \sum_{x\in X} u(x)Q(x) + (1-\alpha)\sum_{x\in X} u(x)S(x).$$

Стани природи. На початку параграфу ми представляли прийняття рішень в умовах невизначеності у термінах множини допустимих дій (альтернатив) X і множини наслідків Y, які виникають унаслідок обраних дій. Ми припускали, що для особи, яка приймає рішення, невизначеність у тому, який із наслідків $y \in Y$ виникне внаслідок дії $x \in X$, може бути вираженою за допомогою імовірнісної міри P_x на Y. Аксіоми, що були розглянуті, формулювалися на основі множин імовірнісних мір, які за припущенням містили множину $\{P_x : x \in X\}$.

Для того, щоб розібратися у цьому детальніше, розглянемо множину S' усіх функцій, що відображають усі альтернативи у наслідки. Кожна така функція $s \in S'$ ставить у відповідність кожній альтернативі $x \in X$ деякий наслідок $s(x) \in Y$.

Припустимо, що ОПР має деяку імовірнісну міру Р на родині усіх підмножин множини S'. Коли задана міра P' ми можемо визначити міру P_x, поклавши $P_x(A) = P'\{s : s \in S', \ s(x) \in A\}, \ \forall A \subseteq X$.

У більшості випадків міра P' на S' містить більше інформації про невизначеність ніж сім'я $\{P_x : x \in X\}$. Для того, щоб визначити альтернативу, яка максимізує очікувану корисність, не обов'язково оцінювати міру P' у всіх деталях, що може бути більш важким, ніж оцінка міри P_x.

За думкою Л. Севіджа "*Природа* є об'єктом, із яким пов'язані інтереси ОПР, а *стани природи* – це опис природи, який не залишає не описаним жоден із суттєвих аспектів". Стани слугують для того, щоб об'єднувати всі суттєві для прийняття рішень фактори, які є для ОПР невизначеними. Вони повинні задаватися так, щоб стан, який має місце, не залежав від обраної дії (альтернативи).

Із цього погляду, досить логічно було б назвати "станами природи" елементи множини функцій S'. Але, як правило, поступають інакше. Замість того, щоб визначати стани як функції, що відображають альтернативи у наслідки, за ідеєю Л. Севіджа, визначають альтернативи як функції, що відображають стани в наслідки, тобто кожен $x \in X$ є функцією, що відображає S у X, тоді $x(s)$ – є наслідком, який виникає, коли обрана альтернатива x і реалізується стан $s \in S$.

Якщо множина S визначена так, що може реалізуватися хоча б один із станів $s \in S$, ОПР не знає, який із станів реалізується. Більше того, стан, який реалізується, не залежить від обраної альтернативи. У цих умовах можемо припустити, що ОПР має на S деяку імовірнісну міру P^*, де $P^*(C)$ є ймовірність того, що для підмножини $C \subseteq S$ реалізується деякий стан $s \in C$. Тоді можемо визначити міру P_x, поклавши:

$$P_x(A) = P^*\{s : s \in S,\, x(s) \in A\},\ \forall A \subseteq X.$$

Порівняння двох формулювань. Доведемо, що визначені вище формулювання корисностей є фактично ізоморфними при певному узгодженому способі розгляду невизначеностей.

Незалежно від того, чи виглядають множини S і S' зовнішньо різними, припустимо, що задані на них міри P і P^* погоджені одна з одною. Під цим розуміємо, що для будь-яких $A \subseteq Y$, $x \in X$,

$$P'\left(\{s' : s' \in S',\, s'(x) \in A\}\right) = P^*\left(\{s : s \in S,\, x(s) \in A\}\right).$$

Це, у свою чергу, означає, що ймовірність, із якою ОПР сподівається одержати наслідок $y \in A$, коли він використовує дію (альтернативу) x, не залежить від конкретного методу, який був використаним для опису невизначеності.

Нехай u – функція корисності наслідку, що визначена на X таким чином, що для будь-яких двох мір P і Q на X виконується умова:

$$P < Q \Leftrightarrow E(u,P) < E(u,Q).$$

Припустимо, що функція u обмежена на X.

Нехай $u_1, u_2, \ldots$ послідовність простих функцій на *X*, яка рівномірно збігається до *u* знизу. Розглянемо одну з цих функцій, наприклад, u_n. Нехай u_n набуває *m* значень, а саме, $u_n(A_i) = c_i$, $i = 1,\ 2, \ldots, m$, де $\{A_1, \ldots, A_m\}$ – деяке розбиття множини *X*, і нехай $C_i' = \{s' : s' \in S',\ s'(x) \in A_i\}$, $C_i = \{s : s \in S,\ x(s) \in A_i\}$.

Тоді $\{C_1', \ldots, C_m'\}$ і $\{C_1, \ldots, C_m\}$ є відповідно розбиттям множин *S′* і *S*. Звідси за умовою $P'(\{s' : s' \in S',\ \ s'(x) \in A\}) = P^*(\{s : s \in S,\ \ x(s) \in A\})$ випливає рівність математичних сподівань $\sum_i c_i P'(C_i') = \sum_i c_i P^*(C_i)$.

Згідно з формулою $P_x(A) = P'\{s : s \in S',\ \ s(x) \in A\}$, $\forall A \subseteq X$, ліву частину $\sum_i c_i P'(C_i') = \sum_i c_i P^*(C_i)$ можна прийняти за $E(u, P_x)$. Аналогічно, за формулою $P_x(A) = P^*\{s : s \in S, x(s) \in A\}, \forall A \subseteq X$, праву частину рівності можна прийняти також за $E(u, P_x)$.

Отже, за наявності погодженості, що виражається формулою $P'(\{s' : s' \in S',\ \ s'(x) \in A\}) = P^*(\{s : s \in S,\ \ x(s) \in A\})$, обидва з даних формулювань дають для очікуваної корисності дії (альтернативи) *x* одне і теж значення.

Контрольні завдання до § 2

1. Використовуючи рис. 2.2.1 зобразити криву очікуваного чистого прибутку від *x* аналогічну рис. 2.2.2.

2. Яке значення *x* буде максимізувати очікуваний чистий прибуток у прикладі 1.

3. Розглянути дві альтернативи.

Альтернатива А. Кидається симетрична монета. Якщо випадає герб, то три дні підряд ви одержуєте на обід телятину (герб) чи курятину (решка).

Альтернатива В. Три дні підряд кидається монета, щоб визначити, що ви одержите на обід телятину (герб) чи курятину (решка).

Позначимо через *X* множину з восьми трійок (x_1, x_2, x_3), де $x_1 \in$ {телятина, курятина}, $i \in \overline{1,3}$, і позначимо через *P*, *Q* імовірнісні міри на *X*, які представляють альтернативи А і В. Потрібно запропонувати розумні аргументи того, що може бути $P \approx Q$.

4. Нехай $x = 0$ представляє ваше багатство в даний час. Якщо *P* – імовірнісна міра на множині сум грошей, які можуть бути вашими по-

тенційними прибутками, а $P \approx x$ означає, що для вас байдужна різниця між лотереєю відповідно до P і безпосереднім одержанням x грошових одиниць. Треба оцінити x за умовою $P \approx x$ у таких випадках:

а) $P(0) = 0{,}5,\ P(10000) = 0{,}5;$

б) $P(0) = 0{,}1,\ P(10000) = 0{,}9;$

в) $P(-500) = 0{,}5,\ P(500) = 0{,}5;$

г) $P(-100) = 0{,}2,\ P(-10) = 0{,}8;$

д) $P(0) = 1/3,\ P(1000) = 1/3,\ P(3000) = 1/3;$

є) $P(90000) = 0{,}5,\ P(100000) = 0{,}5.$

~~§ 3. Функції корисності в умовах ризику та невизначеності~~

~~Найважливішим застосуванням теорії очікуваної корисності є можливість формалізації процесу прийняття рішень в умовах ризику й невизначеності.~~

~~Задача прийняття рішень (ЗПР) є визначеною на наступній тріаді множин: X – множина альтернатив; Y – множина наслідків; S – множина станів.~~

~~Множина S є проявом стохастичної невизначеності у прийнятті рішень, причому конкретна інтерпретація станів залежить від формулювання задачі (наприклад, попит на ту чи іншу продукцію, погода і т. п.). Множину S також називають множиною "станів природи" чи "станів зовнішнього середовища", щоб підкреслити властиву їй невизначеність і незалежність від ОПР.~~

~~Відомі (див. § 2) дві форми взаємозв'язку тріади множин, кожній із яких відповідає своє визначення множини станів і свій підхід до оцінки очікуваної корисності альтернатив. Це – екстенсивна й нормальна форми.~~

~~В екстенсивній формі стан визначається як відображення альтернатив у наслідки $s : X \to Y$. Цей підхід сформульований Дж. фон Нейманом і О. Моргенштерном (див. § 2). При такій постановці множина станів природи задачі не фігурує. Стохастична невизначеність тут описується розподілом імовірностей на множині наслідків Y, що відповідають альтернативам із X. Переваги ОПР повинні бути виражені у вигляді функцій корисності $u(y)$, визначеній на множині наслідків Y. Очікувана корисність альтернативи x може бути оціненою деякою~~