Зміст

2 Лексичний аналіз та скінченні автомати

2.1 Лексичний аналіз в мовних процесорах

Призначення: перетворення вхідного тексту програми з формату зовнішнього представлення в машинно-орієнтований формат — послідовність лексем.

Нагадаємо, що *лексема* — це ланцюжок літер елементарний об'єкт програми, що несе певний семантичний зміст. В подальшому кожну лексему будемо представляти як пару $\langle$клас лексеми, ім'я лексеми$\rangle$.

В більшості мов програмування для визначення класів лексем достатньо скінчених автоматів.

2.2 Скінчені автомати

Недетермінований скінчений автомат — п'ятірка $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F\rangle$, де

- $Q = \{q_0, q_1, \ldots, q_{n-1}\}$ — скінчена множина станів автомата;
- $\Sigma = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ — скінчена множина вхідних символів (вхідний *алфавіт*);
- $q_0 \in Q$ — *початковий* стан автомата;
- δ — відображення множини $Q \times \Sigma$ в множину 2^Q. Відображення δ як правило називають *функцією переходів*;
- $F \subset Q$ — множина заключних станів. Елементи з F називають *заключними* або *фінальними* станами.

Якщо M — скінчений автомат, то пара $(q, w) \in Q \times \Sigma^\star$ називається *конфігурацією* автомата M. Оскільки скінчений автомат — це дискретний пристрій, він працює по тактам. *Такт* скінченого автомата M задається бінарним відношенням $\models$, яке визначається на конфігураціях:

$$(q_1, aw) \models (q_2, w) \quad \text{if} \quad q_2 \in \delta(q_1, a), \quad \forall w \in \Sigma^\star. \tag{2.1}$$

2.2.1 Мова яку розпізнає скінченний автомат

Скінченний автомат M *розпізнає (допускає)* ланцюжок w, якщо

$$\exists q \in F : \quad (q_0, w) \models^\star (q, \varepsilon), \tag{2.2}$$

де $\models^\star$ — рефлексивно-транзитивне замикання бінарного відношення $\models$.

Мова, яку допускає автомат M (розпізнає автомат M)

$$L(M) = \{w \mid w \in \Sigma^\star, \exists q \in F : (q_0, w) \models^\star (q, \varepsilon)\}. \tag{2.3}$$

2.2.2 Способи визначення функції переходів

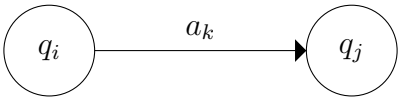
На практиці, при визначенні скінченого автомата M, використовують декілька способів визначення функції δ, наприклад:

- це табличне визначення δ;
- діаграма проходів скінченого автомата.

Табличне визначення функції δ — це таблиця $M(q_i, a_j)$, де $a_j \in \Sigma, q_i \in Q$, тобто

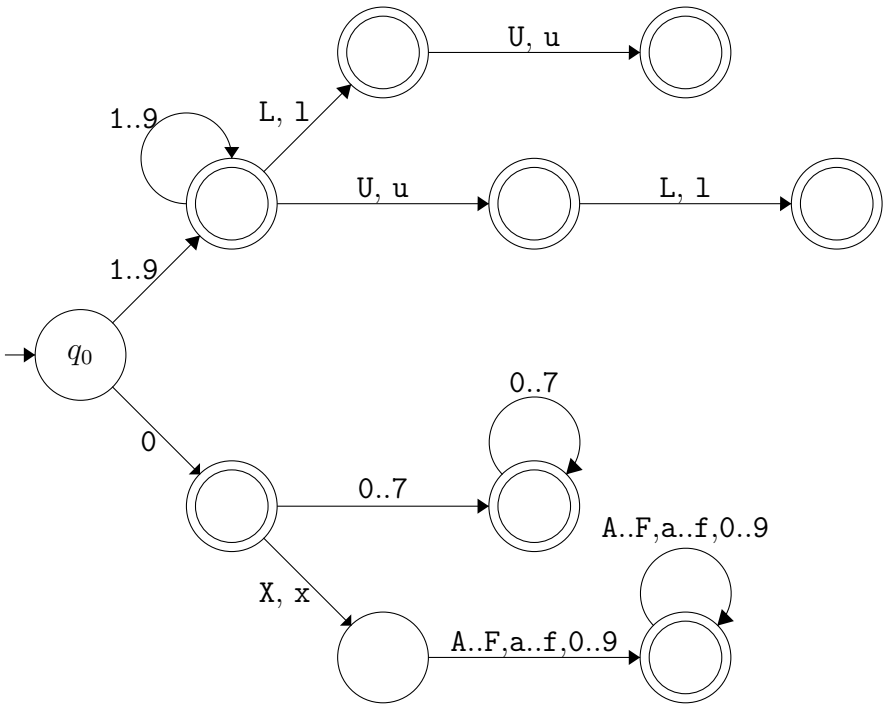
$$M(q_i, a_j) = \{q_k \mid q_k \in \delta(q_i, a_j)\}. \tag{2.4}$$

Діаграма переходів скінченого автомата M — це невпорядкований граф $G(V, P)$, де V — множина вершин графа, а P — множина орієнтованих дуг, причому з вершини q_i у вершину q_j веде дуга позначена a_k, коли $q_j \in \delta(q_i, a_k)$. На діаграмі переходів скінченого автомата це позначається так:



В подальшому, на діаграмі переходів скінченого автомата M елементи з множини заключних станів будемо позначити так:

Приклад. Побудуємо діаграму переходів скінченого автомата M, який розпізнає множину цілочислових констант мови C.



Зауваження. Цей автомат неповний, на два нижні праві вузли потрібно довісити "UL"-частину яка висить на вузлі "1..9".

З побудованого прикладу видно, що приведений автомат не повністю визначений.

2.2.3 Детерміновані скінченні автомати

Скінчений автомат M називається *детермінованим*, якщо $\delta(a_i, a_k)$ містить не більше одного стану для любого $q_i \in Q$ та $a_k \in \Sigma$.

Теорема. *Для довільного недетермінованого скінченого автомата M можна побудувати еквівалентний йому детермінований скінчений автомат M', такий що $L(M) = L(M')$.*

Доведення: Нехай M — недетермінований скінчений автомат

$$M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle.$$

Детермінований автомат $M' = \langle Q', \Sigma, \delta', q'_0, F \rangle$ побудуємо таким чином:

1. $Q' = 2^Q$, тобто імена станів автомата M' — це підмножини множини Q.
2. $q'_0 = \{q_0\} \in 2^Q = Q'$.
3. F' складається з усіх таких підмножин $S \in 2^Q = Q'$, що $S \cap F \neq \varnothing$.
4. $\delta'(S, a) \models \{q \mid q \in \delta(q_i, a), q_i \in S\}$.

Доводимо індукцією по i, що $(S, w) \models^i (S', \varepsilon)$, тоді і тільки тоді, коли $S' = \{q \mid \exists q_i \in S : (q_i, w) \models^i (q, \varepsilon)\}$.

Зокрема, $(\{q_0\}, w) \models^\star (S', \varepsilon)$, для деякого $S' \in F'$, тоді і тільки тоді, коли $\exists q \in F : (q_0, w) \models^\star (q, \varepsilon)$.

Таким чином, $L(M) = L(M')$.

Побудований нами автомат M має дві властивості: він детермінований та повністю визначений. До того ж кількість станів цього автомата $2^n - 1$.

2.3 Контрольні запитання

1. У чому призначення лексичного аналізу?
2. Що таке недетермінований скінчений автомат?
3. Яку мову розпізнає скінченний автомат?
4. Які два способи визначення функції переходів ви знаєте?
5. Спробуйте "зламати" вищенаведений автомат для цілочислових констант мови C (зверніть увагу на зауваження).
6. Що таке детермінований скінчений автомат?
7. Сформулюйте і доведіть теорему про детермінізацію скінченного автомата.
8. Нехай функція переходів δ не однозначна, але у той же час набуває не багато різних значень на одному наборі аргументів, наприклад не більше двох, тобто $|M(q, a)| \leq 2$ для довільних $q \in Q$ і $a \in \Sigma$. Чи можна тоді отримати кращу оцінку зверху на кількість станів еквівалентного детермінованого автомату ніж $2^n - 1$?