то положительные корни $f(x)$ не превосходят числа c. Действительно, из формулы Тейлора

$$f(x)=f(c)+(x-c)f'(c)+\frac{(x-c)^2}{2!}f''(c)+\ldots+\frac{(x-c)^m}{m!}f^{(m)}(c)$$

получаем, что $f(x)>0$ при $x\geqslant c$.

Численные методы решения нелинейных уравнений являются, как правило, итерационными методами, которые предполагают задание достаточно близких к искомому решению начальных данных.

Прежде чем переходить к изложению конкретных итерационных методов, отметим два простых приема отделения действительных корней уравнения (1). Предположим, что $f(x)$ определена и непрерывна на $[a, b]$.

Первый прием состоит в том, что вычисляется таблица значений функции $f(x)$ в заданных точках $x_k\in[a, b]$, $k=0, 1, \ldots, n$. Если обнаружится, что при некотором k числа $f(x_k)$, $f(x_{k+1})$ имеют разные знаки, то это будет означать, что на интервале (x_k, x_{k+1}) уравнение (1) имеет по крайней мере один действительный корень (точнее, имеет нечетное число корней на (x_k, x_{k+1})). Затем можно разбить интервал (x_k, x_{k+1}) на более мелкие интервалы и с помощью аналогичной процедуры уточнить расположение корня.

Более регулярным способом отделения действительных корней является *метод бисекции* (*деления пополам*). Предположим, что на (a, b) расположен лишь один корень x_* уравнения (1). Тогда $f(a)$ и $f(b)$ имеют различные знаки. Пусть для определенности $f(a)>0$, $f(b)<0$. Положим $x_0=0{,}5(a+b)$ и вычислим $f(x_0)$. Если $f(x_0)<0$, то искомый корень находится на интервале (a, x_0), если же $f(x_0)>0$, то $x_*\in(x_0, b)$. Далее, из двух интервалов (a, x_0) и (x_0, b) выбираем тот, на границах которого функция $f(x)$ имеет различные знаки, находим точку x_1 — середину выбранного интервала, вычисляем $f(x_1)$ и повторяем указанный процесс. В результате получаем последовательность интервалов, содержащих искомый корень x_*, причем длина каждого последующего интервала вдвое меньше, чем предыдущего. Процесс заканчивается, когда длина вновь полученного интервала станет меньше заданного числа $\varepsilon>0$, и в качестве корня x_* приближенно принимается середина этого интервала.

Заметим, что если на (a, b) имеется несколько корней, то указанный процесс сойдется к одному из корней, но заранее неизвестно, к какому именно. Можно использовать прием выделения корней: если корень $x=x_*$ кратности m найден, то рассматривается функция

$$g(x)=f(x)/(x-x_*)^m$$

и для нее повторяется процесс нахождения корня.

2. **Метод простой итерации.** Он состоит в том, что уравнение (1) заменяется эквивалентным уравнением

$$x=s(x) \tag{3}$$

и итерации образуются по правилу

$$x_{n+1}=s(x_n),\quad n=0, 1, \ldots, \tag{4}$$