

Заняття 19–20: Системи в симетричній формі. Розв’язування лінійних рівнянь першого порядку з частинними похідними. Метод характеристик. Задача Коші

Аудиторні задачі

Задача 1. $\frac{dx}{2y-z} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$.

Задача 2. $\frac{dx}{z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y}$.

Задача 3. $y \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - x \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Задача 4. $x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

Задача 5. $y \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + x \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = x - y$.

Задача 6. $(z-y)^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + xz \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = xy$.

Знайти розв’язки рівняння, яке задовольняє вказаним умовам:

Задача 7. $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, $z = 2x$ при $y = 1$.

Знайти поверхню, яка задовольняє даному рівнянню і проходить через задану лінію:

Задача 8. $y^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = x$, $z = y^2$ при $x = 0$.

Домашнє завдання

Задача 9. $\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$.

Задача 10. $\frac{dx}{z^2 - y^2} = \frac{dy}{z} = \frac{dz}{y}$.

Задача 11. $(x+2y) \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

Задача 12. $(x-z) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + (y-z) \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + 2z \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

Задача 13. $e^x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = y \cdot e^x$.

Задача 14. $xy \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + (x-2z) \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = yz$.

Знайти розв’язки рівняння, яке задовольняє вказаним умовам:

Задача 15. $\frac{\partial z}{\partial x} - (2e^x - y) \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, $z = y$ при $x = 0$.

Знайти поверхню, яка задовольняє даному рівнянню і проходить через задану лінію:

Задача 16. $x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - 2y \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2$, $z = x^2$ при $y = 1$.