

# Заняття 12: Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків зі змінними коефіцієнтами. Рівняння, що зводяться до лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами

## Аудиторні задачі

**Задача 1.** Функції  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$  задовольняють деяке однорідне лінійне диференціальне рівняння. Переконатися, що вони утворюють фундаментальну систему, та скласти згадане рівняння.

Розв'язати лінійні рівняння зі змінними коефіцієнтами:

**Задача 2.**  $(1 + x^2) \cdot y'' - 2x \cdot y' + 2y = 0$ ,  $y_1(x) = x$ .

**Задача 3.**  $y'' - (x^2 + 1) \cdot y = 0$ ,  $y_1(x) = e^{x^2/2}$ .

**Задача 4.**  $x \cdot y'' + 2y' + xy = 0$ ,  $y_1(x) = \sin(x)/x$  ( $x \neq 0$ ).

Скласти лінійне однорідне диференціальне рівняння (найменшого можливого порядку), яке має такі частинні розв'язки:

**Задача 5.**  $y_1(x) = 1$ ,  $y_2(x) = \cos(x)$ .

**Задача 6.**  $y_1(x) = x \cdot e^{-x}$ ,  $y_2(x) = e^{-x}$ .

Розв'язати рівняння:

**Задача 7.**  $y''' - 3y''/x + 6y'/x^2 - 6y/x^3 = \sqrt{x}$ .

**Задача 8.**  $x^3 \cdot y''' + x \cdot y' - y = 0$ .

**Задача 9.**  $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' - 3y = 0$ .

**Задача 10.**  $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + y = 0$ .

**Задача 11.**  $(2x + 3)^2 \cdot y'' + (2x + 3) \cdot y' - y = 0$ .

**Задача 12.**  $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + 4y = 10x$ .

## Домашнє завдання

**Задача 13.** Побудувати диференціальне рівняння, що має таку фундаментальну систему функцій: 1 та  $\cos(2x)$ .

Розв'язати лінійні рівняння зі змінними коефіцієнтами:

**Задача 14.**  $(1 - x) \cdot y'' + x \cdot y' - y = 0$ ,  $y_1(x) = e^x$ .

**Задача 15.**  $(1 + x^2) \cdot y'' + x \cdot y' - y = 0$ ,  $y_1(x) = \sqrt{1 + x^2}$ .

**Задача 16.**  $y'' - x \cdot y' + 2y = 0$ ,  $y_1(x) = x^2 - 1$ .

**Задача 17.**  $x^2 \cdot y'' + 2x \cdot y' - 6y = 0$ .

**Задача 18.**  $x^2 \cdot y''' - 2y' = 0$ .

**Задача 19.**  $(x + 1)^3 \cdot y''' - 3(x + 1)^2 \cdot y'' + 4(x + 1) \cdot y' - 4y = 0$ .

**Задача 20.**  $x^3 \cdot y''' - x \cdot y' - 3y = 0$ .

**Задача 21.**  $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' - 3y = 5x^4$ .

**Задача 22.**  $x^2 \cdot y'' - 4x \cdot y' + 6y = 0$ .

**Задача 23.**  $x^2 \cdot y'' - x \cdot y' + y = 8x^3$ .

**Задача 24.**  $x^2 \cdot y'' - 3x \cdot y' + 5y = 3x^2$ .